

基于 DYNA 软件的边界元法应用

岳国辉, 杨领军, 董琳, 陈现岭

(长城汽车股份有限公司技术中心, 河北省汽车工程技术研究中心, 保定 071000, 中国)

摘要: 首先对直接边界元、间接边界元、Rayleigh 积分式边界元三种类型边界元模型的理论积分公式进行简要介绍与各自优劣势对比; 然后对在 DYNA 软件中用于频域声学分析的边界元法 (BEM) 需要用到的关键字及典型变量进行解释与延伸说明; 最后通过某简易八音琴模型的搭建及其结构振动分析与声学分析的结果后处理, 对在 DYNA 软件中边界元法的应用进行示例说明。

关键词: 直接边界元; 间接边界元; Rayleigh 积分式边界元; 声学分析

目前, 一些数值计算方法已经可以用于模拟声学及振动-声学问题, 比如有限元法 FEM (Finite Element Method)、边界元法 BEM (Boundary Element Method) 等。其中, 有限元法是最流行的方法, 但是这种方法需要对整个声场域进行离散处理, 当观测点 (场点) 被设置在离振动声源比较远的位置时, 声场域的离散网格就需要变的很大; 如果要模拟无限域中的声辐射问题时, 边界元法就会变的非常实用, 与有限元法相比, 边界元法的最大优点是只需要对声场域的边界进行离散网格划分^[1]。

边界元法 (BEM) 是继有限元法之后的另一种高效实用的数值方法, 特别是对于中低频流固耦合问题中的无限域和半无限域问题, 由于边界元中的基本解自动满足无限域和半无限域的边界条件, 只在结构和流体的交界面上划分单元, 这样一来对于物理场的描述是没有误差的, 唯一的误差就是在数值离散过程中, 用单元描述交界面这一过程, 这样就保证了边界元这一数值方法的高精度和高效性^[2]。但是, 边界元法与有限元法相比计算量更大, 因为边界元矩阵方程组在每一阶单独的频率时都需要重构^[3]。

但是对于实际问题来说, 单独的应用一种数值方法解决问题往往效果不佳, 这就需要将几种有效的数值方法结合在一起, 发挥各自的优点, 从而可以更加准确快捷的解决问题。通常流体和结构的数值耦合方法有以下几种: ① 有限元模拟的流体模型与有限元模拟的结构模型之间的耦合; ② 间接边界元流体模型和有限元结构模型之间的耦合; ③ 直接边界元流体模型 (Rayleigh 积分法可看成是直接边界元法的特殊形式) 和有限元结构模型之间的耦合^[4]。以下将对相关理论进行详细说明。

1 边界元理论简介

对振动结构在无限流体域中声辐射的数值模拟, 通常是将流体域中控制微分方程 (Helmholtz 微分方程) 转化成边界上的积分方程, 然后采用直接或间接边界元法进行数值计算。

1) 直接边界元方法理论的 Helmholtz 积分方程是基于封闭结构建立, 且内场外场问题分别是不同的分析模型。

其 Helmholtz 积分方程如下^[4]:

内场问题:

$$C_1(r_x)p(r_x) = \iint_S \left(G \frac{\partial p}{\partial n_{y_2}} - p \frac{\partial G}{\partial n_{y_2}} \right) dS \quad (1)$$

其中

$$C_1(r_X) = \begin{cases} 1 & (P \in I) \\ - \iint_S G \frac{\partial G_L}{\partial n_{Y_2}} dS & (P \in S) \\ 0 & (P \in O) \end{cases}$$

外场问题:

$$C_2(r_X)p(r_X) = \iint_S \left(G \frac{\partial p}{\partial n_{Y_1}} - p \frac{\partial G}{\partial n_{Y_1}} \right) dS \quad (2)$$

其中

$$C_2(r_X) = \begin{cases} 1 & (P \in O) \\ 1 - \iint_S G \frac{\partial G_L}{\partial n_{Y_1}} dS & (P \in S) \\ 0 & (P \in I) \end{cases}$$

其中: p 为场点声压; r_X 为场点的位置矢量; G 为 Helmholtz 方程的 Green 函数; G_L 为 Laplace 方程的 Green 函数; $C_1(r_X)$ 和 $C_2(r_X)$ 分别为内外场问题的边界积分系数; n_{Y_1} 和 n_{Y_2} 分别为声场边界源点的内外法线方向; O 为外声场域; I 为内声场域; P 为场点; S 为振动结构表面, 无论是内场问题还是外场问题, 当 $P \in S$ 时 $C_1(r_X)$ 或 $C_2(r_X)$ 的表达式适用于任意形状的结构表面; 当 S 为光滑表面时, $C_1(r_X)$ 或 $C_2(r_X)$ 的值均为 $1/2$ 。

直接边界元理论的 Helmholtz 积分方程的求解是将边界离散后, 利用配点法来计算结构表面未知变量, 然后利用内外场问题的公式 (1) 和 (2) 等来计算场点声压、辐射声功率及声辐射效率等物理量。

2) 间接边界元法理论是利用直接边界元理论内场和外场的边界积分公式推导得到的。结合直接边界元法的理论计算公式可得出结论, 无论场点 P 是在声场域中任意位置都有^[4]:

$$C_1(r_X) + C_2(r_X) = 1 \quad (3)$$

由公式 (1) 和 (2) 相加结合公式 (3) 可得声场域中任意点的边界积分公式^[2]:

$$p(r_X) = \iint_{S_Y} \left(G(r_X, r_Y) \cdot \sigma(r_Y) - \frac{\partial G(r_X, r_Y)}{\partial n_Y} \cdot \mu(r_Y) \right) dS_Y \quad (4)$$

其中: n_Y 为声场边界源点的内法线方向, $\sigma(r_Y) = \frac{\partial p_1}{\partial n_Y} - \frac{\partial p_2}{\partial n_Y}$ 为边界表面声压梯度差, 即单层势;

$\mu(r_Y) = p_1 - p_2$ 为边界表面声压差, 即双层势。由于间接边界元理论推导所涉及的主要变量为振动结构边界表面的声压差和声压梯度差, 由公式 (4) 可看出, 求出结构边界表面的声压差和声压梯度差便能得到辐射场。间接边界元理论的 Helmholtz 积分方程离散后, 边界单元上未知的主要变量可以用形函数插值单元节点上的值来表示, 但是其不能像直接边界元那样利用配点法来计算边界表面的未知变量, 而普遍的求解方法是利用变分原理来进行边界表面未知变量的求解。

综上所述可以对直接边界元和间接边界元求解结构振动和声辐射特性总结如下^[4]:

- ① 直接边界元求解的未知量是声压和法向速度, 间接边界元求解的是单双层势;
- ② 直接边界元需处理一阶奇异积分, 而间接边界元需处理高阶奇异积分问题;
- ③ 直接边界元只能单独求解内外场问题, 间接边界元可同时求解内外场问题。

通过上述总结说明, 在求解结构的内外场问题上, 间接边界元存在着更大的优势, 但需对高阶奇异积分进行深入研究, 特别是在求解开发薄板问题的振动声辐射问题时, 由于直接边界元只能求解存在内外场结构 (封闭结构) 的系统, 所以必须用到间接边界元进行求解。

3) 对于结构向三维半空间内进行声辐射, 并且结构可以简化为镶嵌在无限大刚性障板中的问题, 直接边界元法理论的 Helmholtz 积分方程可简化为 Rayleigh 积分形式^[1, 3, 4]:

$$p(r_x) = -2 \iint_S G \frac{\partial p}{\partial n_{y_2}} dS = -2 \iint_S i \rho \omega v_{n_{y_2}} G dS \quad (5)$$

其中： p 为半空间介质中或结构表面上的任意点声压； $G = \frac{e^{-ikr}}{4\pi r}$ 为 Helmholtz 方程的 Green 函数， $k = \omega/c$ 为波数， ω 为圆频率， c 为流体介质中的声速， r 为场点 P 到边界面的距离； ρ 为流体介质密度； $v_{n_{y_2}}$ 为声场边界的速度边界条件； S 为结构表面。Rayleigh 积分可看成是直接边界元法理论的 Helmholtz 积分方程的特殊形式。

相对于直接/间接边界元法，由于 Rayleigh 积分不需要构建和解算任何矩阵方程，只需要知道振动结构的速度结果，就可以用于计算任何外部场位置的声压，所以可以为简化为镶嵌在无限大刚性障板中的结构振动声辐射问题提供非常快速且容易的求解方案。

当然，真实世界中的大部分问题都不是简单的可以简化为镶嵌在无限大刚性障板中的问题，但是，Rayleigh 积分仍然可以为拥有相对成平面的、振动幅值高的位置相对于振动中心足够远的结构振动声辐射问题提供比较好的近似^[3]。

2 关键字说明

在 LS-DYNA 软件中，如果要激活边界元法（BEM）用于频域中的声学分析，需要用到关键字 *FREQUENCY_DOMAIN_ACOUSTIC_BEM^[5]，具体关键字内容如图 1 所示。

Card1	1	2	3	4	5	6	7	8
Variable	RO	C	FMIN	FMAX	NFREQ	DTOUT	TSTART	PREF
Type	F	F	F	F	I	F	F	F
Default	none	none	none	none	0	0	0	0
Card2	1	2	3	4	5	6	7	8
Variable	NSIDEXT	TYPEXT	NSIDINT	TYPINT	FFTWIN	TRSLT	IPFILE	IUNITS
Type	I	I	I	I	I	I	I	I
Default	0	0	0	0	0	0	0	0
Card3	1	2	3	4	5	6	7	8
Variable	METHOD	MAXIT	TOLITR	NDD	TOLLR	TOLFCT	IBDIM	NPG
Type	I	I	F	I	F	F	I	I
Default		100	10-4	1	10-6	10-6	1000	2
Card4	1	2	3	4	5	6	7	8
Variable		NBC	RESTR	IEDGE	NOEL	NFRUP		
Type		I	I	I	I	I		
Default		1	0	0	0	0		
Card 5 is defined NBC times.								
Card5	1	2	3	4	5	6	7	8
Variable	SSID	SSTYPE	NORM	BEMTYP	LC1	LC2		
Type	I	I	I	I	I	I		
Default	0	0	0	0				

图 1 边界元 BEM 启用关键字卡片信息

卡片中的每个变量（Variable）的具体含义及数值推荐可参考文献 5 的软件用户手册。以下选取部分重点的或需要延伸解释的变量进行说明。

① Card1 中的 PREF：用于求解 dB 形式声压结果时用到的基准声压（数值=20μPa=2×10⁻⁵Pa），输出在 Press_dB 文件中。如果 PREF=0，则 Press_dB 文件将不会被生成。名为 Press_Pa 的结果文件会被生成，用于包含场输出点的声压结果。

② Card2 中的 FFTWIN：FFT(Fast Fourier Transform)快速傅里叶变换窗口类型（默认=0）。

=0: rectangular 窗；

=1: Hanning 窗；

=2: Hamming 窗；

=3: Blackman 窗；

=4: raised cosine 窗。

③ Card3 中的 METHOD: 声学分析方法选择。

=0: Rayleigh method (运算速率快);

=1: Kirchhoff method coupled to FEM for acoustics (*MAT_ACOUSTIC);

=2: variational Indirect BEM;

=3: collocation BEM;

=4: collocation BEM with Burton-Miller formulation for exterior problems (no irregular frequency phenomenon)。

④ Card3 中的 NDD: 求解域拆分数目, 用于节省内存。对于大模型运算问题, 边界网格会被拆分成 NDD 个域, 以减少每个域的内存分配。该选项只在 METHOD $\geq$ 2 时适用。

⑤ Card4 中的 RESTRT: 该选项用于省略 LS-DYNA 常规分析运算, 在二进制输出文件 (BEM=filename) 中结果信息没有变更的前提下 (默认=0)。

=0: LS-DYNA 常规分析运算正常执行, 并生成新的二进制输出文件 (BEM=filename) ;

=1: LS-DYNA 常规分析运算不执行, 使用已有的二进制输出文件 (BEM=filename) 进行声学分析。

为了能够使边界元法 (BEM) 分析在软件解算过程中起作用, 一个独立的名称必须被指定, 通过在递交运算命令行中增加 “BEM=XXX” 命令实现, XXX 就是二进制文件 (Binary File) 的名字, 通过此方法, 单独速度或速度及压力全部结果被存储在该文件中^[6]。

在 LS-DYNA 软件进行声学分析的主要优势为: 振动结构的响应是通过软件中的时域分析功能完成的, 声学计算是在频域内进行的; 振动结构的时域响应结果被存储在二进制文件中, 然后通过傅里叶变换 (FFT) 转换成频域结果 (用户可以从一些窗口函数中选择合适的, 以克服泄漏问题), 以此作为边界元分析的边界条件。所有上述分析工作都是在同一软件中进行的, 可以尽量避免因用多种软件分析时数据相互转化而导致的错误或结果误差。

另外, 在直接/间接边界元法中, 线性系统通过 Green 函数与频率相关联, 对于每阶频率, 线性系统都需要被计算, 基于此原因, LS-DYNA 软件采用迭代计算的方法, 这种方法比直接计算更有效^[6]。

3 案例解析

以下通过能发出 “找朋友” 乐曲的八音琴有限元模型搭建及在 DYNA 软件中完成计算分析与结果后处理的案例对 DYNA 软件中边界元法 (BEM) 进行示例说明。

八音琴是一种利用机械振动产生音乐的机械装置, 它能奏鸣优美动听的乐曲。它的音键是由特定材料阻尼的弹簧钢制成, 根部均连成一体被刚性固定在支座上, 每个音键相当于一个一端固定而另一端自由的变截面梁, 此音键在自由端受到激励后发生梁的弯曲振动并产生对应乐声。音键几何尺寸不同, 振动的固有频率就不一样。由于乐声与振动频率密切相关, 所以需要使各键弯曲振动的一阶固有频率达到对应乐音的频率, 误差要小于 5%^[7]。如表 1 所示是部分音乐符号与对应一阶弯曲固有频率关系对照表。

表 1 部分音乐符号名与频率关系^[8,9]

简谱记名	频率(Hz)	简谱记名	频率(Hz)	简谱记名	频率(Hz)
1̣	130.81	1	261.63	1̣	523.25
2̣	146.83	2	293.66	2̣	587.33
3̣	164.81	3	329.63	3̣	659.26
4̣	174.61	4	349.23	4̣	698.46
5̣	196.00	5	391.99	5̣	783.99
6̣	220.00	6	440.00	6̣	880.00
7̣	246.96	7	493.88	7̣	987.77

如图 2 所示是搭建完成后的简易八音琴有限元模型, 黑色部分用于模拟音键固定支座, 其它八条不同颜色的部分分别代表能够发出相应音符的音键。音键与支座连接端约束全部自由度, 另一端不做任何约束, 可自由运动。为保证每条音键都能够发出对应音符的乐音, 需对基础模型的每条音键长、宽、高尺寸进行优

化分析。

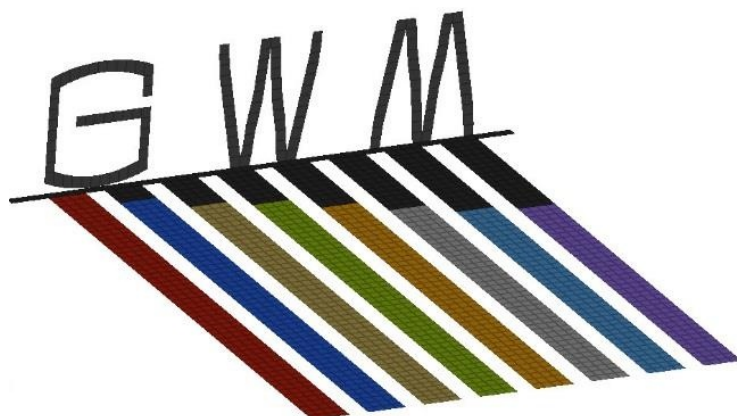


图 2 八音琴模型示意

通过模型优化调整后的音键记名的一阶弯曲计算频率与理论频率对比结果如表 2 所示，通过对比可以发现每条音键的计算频率与理论频率之间误差都能保证在 5% 以内，满足模型设计误差要求，可以用于声学分析工作。

表 2 模型仿真计算频率结果统计

音键记名	理论频率 (Hz)	计算频率 (Hz)	误差	音键记名	理论频率 (Hz)	计算频率 (Hz)	误差
1	261.63	261.60	-0.1‰	5	391.99	391.55	-1.1‰
2	293.66	293.32	-1.2‰	6	440.00	440.08	0.2‰
3	329.63	329.69	0.2‰	7	493.88	493.62	-0.5‰
4	349.23	349.44	0.6‰	1	523.25	523.48	0.4‰

要完成本例中“找朋友”乐曲的声学分析，首先要分析“找朋友”乐曲的乐谱，对每个音符出现的次数及位置进行统计；然后将整个乐谱在一定时间内进行等间隔划分，在每个时间间隔节点上，用如图 3 所示的力/时间曲线在图 2 模型中对应音符的音键模型自由端进行加载，所有加载设置完成后的模型即可进行结构振动有限元分析；最后通过在模型中增加关键字*FREQUENCY_DOMAIN_ACOUSTIC_BEM 用于添加边界元法（BEM）进行声学分析。

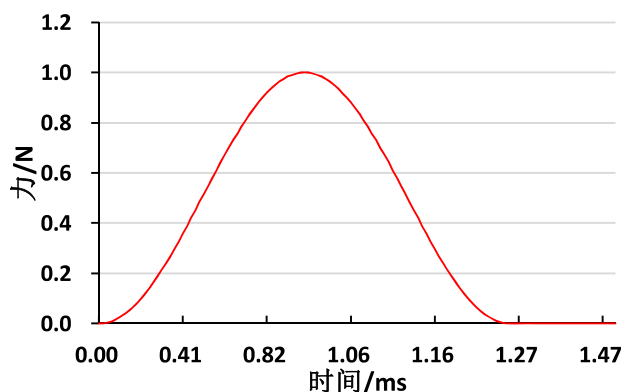


图 3 加载用力/时间曲线

在 DYNA 软件中完成上述“找朋友”八音琴模型的结构振动有限元分析及声学分析后，如图 4、5 所示是软件自动生成的频域内的声压级及时域内的声压结果曲线。通过曲线分析可以识别模型加载的准确性及分析结果的合理性。

在获得完整的随时间变化的声压曲线后，还可以通过 LS-PrePost 前后处理软件将声压曲线转换成 WAV 格式的声音文件，然后通过常规的视频播放软件即可听到相应的音乐。

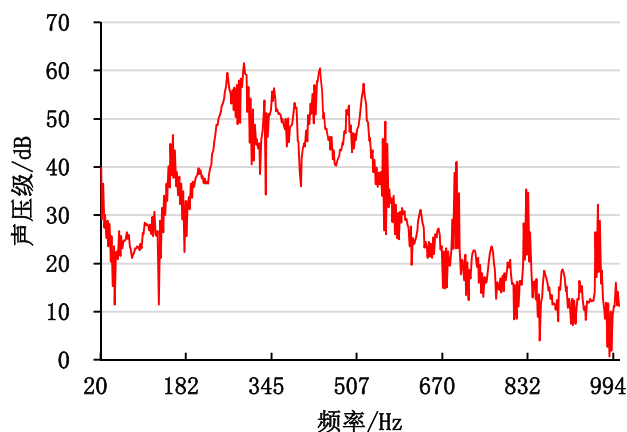


图 4 声压级 dB 曲线

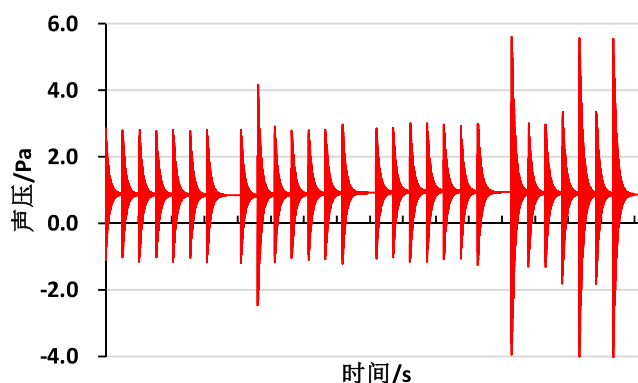


图 5 声压曲线

另外，边界元法（BEM）在汽车行业，尤其在碰撞安全相关产品设计开发过程中的典型应用包括如后排安全带卷收器异响问题解决分析与优化等。如图 6 所示是某车型后排安全带卷收器及其安装支架声学分析模型。首先进行实车路试测试，对典型路面路谱数据进行提取，提取数据示例如图 7 所示；然后将实车中采集的路谱数据经转化后输入到仿真分析模型中用于激励边界条件；最后通过 LS-DYNA 软件进行结构振动及声学分析求解，可较好的得到卷收器异响仿真动画视频及音频文件，通过查看仿真视频动画，可以发现卷收器振动过程中，敏感球在球笼内不断跳动，不断撞击棘爪及球笼，而棘爪则不断撞击棘轮，从而产生噪声。如果卷收器安装支架模态和动刚度性能不足，则会直接导致卷收器异响严重，引起顾客抱怨，通过优化卷收器安装支架模态及动刚度性能，并利用 LS-DYNA 软件进行方案效果验证分析，可为安全带卷收器异响问题解决提供理论依据。

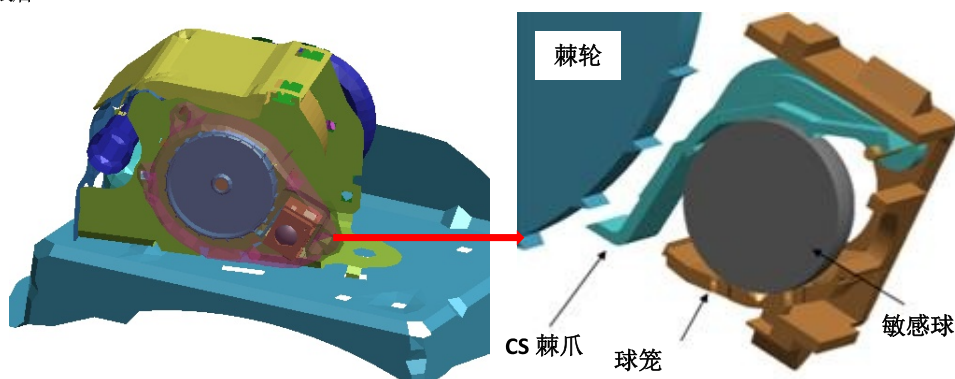


图 6 卷收器及其安装支架总成结构示意图

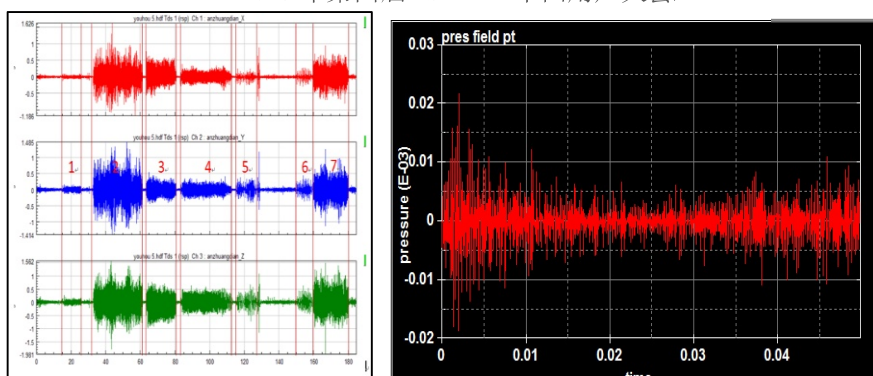


图 7 声压曲线

4 总结

通过对直接边界元、间接边界元、Rayleigh 积分式边界元三种类型边界元模型的理论积分公式进行简要介绍与各自优劣势对比,可以对边界元法(BEM)中各种不同分析方法的基本原理及更适合的应用工况有相应了解,为在实际项目工作过程中对边界元法的选择提供参考;通过对在 DYNA 软件中用于频域声学分析的边界元法(BEM)需要用到的关键字及典型变量进行解释与延伸说明,某简易八音琴模型的搭建及其结构振动分析与声学分析的结果后处理,对在 DYNA 软件中边界元法的应用进行示例说明,识别了 DYNA 软件在有限元结构振动与声学耦合分析方面的自身特点。

致谢

在运用边界元法 BEM 开展声学分析的过程中,得到了上海 Autoliv 公司的张一麟张博士及 LSTC 公司的黄云黄博士在声学理论、边界元法相关应用及问题解决等方面的大力支持,在此表示非常感谢!

参考文献

- [1] Herrin D W, Martinus F, Wu T W, et al. A New Look at the High Frequency Boundary Element and Rayleigh Integral Approximations. Society of Automotive Engineers. 2003, NVC-114.
- [2] 张治强译. 边界元法的工程应用[M]. 陕西: 陕西科学技术出版社, 1985: 1-3.
- [3] 王峥, 洪明, 刘城. 基于 FEM/BEM 的浸水结构振动及声辐射特性国内研究综述[J]. 船舶力学, 2014(11): 1397-1414
- [4] 安小同. 基于有限元/边界元的水下结构振动声辐射研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2011: 2-49.
- [5] LS-DYNA Keyword User's Manual Version R11, Livermore Software Technology Corporation, Livermore, 2018.
- [6] Yun Huang. Simulation of Acoustic and Vibro-Acoustic Problems in LS-DYNA using Boundary Element Method. 10th International LS-DYNA User Conference, 2007, 8: 37-44
- [7] 庄表中, 白国辉. 音盘式八音琴的谱曲设计[J]. 振动与冲击, 1998, 17(2): 10
- [8] 庄表中, 竺韵德. 八音琴机芯的噪声控制[J]. 环境技术, 1995(3): 37-39
- [9] 商建云, 庄表中. 非连续变截面梁振动研究在八音琴中的应用[J]. 机械强度, 2002, 24(4): 628-631

Application of Boundary Element Method (BEM) Based on DYNA Software

YUE Guohui, YANG Lingjun, DONG Ling, CHEN Xianling

(Technology Center, Great Wall Motor Co. Ltd, Hebei Automobile Technology Research Center, Baoding 071000,

Abstract: firstly, the theoretical integral formulas of direct boundary element, indirect boundary element and Rayleigh integral boundary element are briefly introduced and compared with their advantages and disadvantages. Then the key words and typical variables needed by boundary element method for frequency domain acoustic analysis in DYNA software are explained and extended. Finally, the application of boundary element method in DYNA software is illustrated by the construction of a simple eight-tone piano model and the post-processing of structural vibration analysis and acoustic analysis results.

Keywords: direct boundary element; indirect boundary element; Rayleigh integral; acoustic analysis